５．座標軸の回転と角運動量の関係がスピン

2冊目は，梅沢博臣の『大学演習量子力学』です。梅沢はもともとは技術者になるつもりで名大電気工学科学生だったのですが，武谷三男の物理哲学に感激して物理研究者を志し，勝手に理学部坂田敏教授のもとへ移って研究を始め，傑出した数物的才能でたちまち世界に認められる結果を挙げ，卒業10年後には他人を呼ばない東大が量子力学担当に招いたほどの人です。この時，東大で行なった講義の内容がこの本です。量子力学の第一頁がHamilton-Jacobiで始まる本格的アプローチです。ちょうど同じ頃，応用化学学生に量子力学を教えていた私も，Powling Wilsonに不満を感じ，この本に沿って講義を試みましたが，自分でも理解できない所だらけでした。特にスピンの所は当時まったく分かりませんでした。

ところがいま読むと、Umezawaのこの教科書は，波動力学におけるスピンの捉え方について簡潔ながら最も適確に展開叙述されていることに気付きます。第 5 章角運動量，磁気能率の内容は，Ⅰ軌道角運動，Ⅱ広義角運動量，Ⅲスピンの3部からなります。スピンに関する間違った常識や思い込みを改め，正しい捉え方を持ちたいならこの3節30頁を繰り返し読んでいただくしかありません。

[引用開始]

§ 10. 電子のスピン

電子は軌道角運動量（$\hbar \boldsymbol{l}$）の外に固有の角運動量（intrinsic angular momentum）を持つことが実験的に証明されている．これを**スピン角運動量**（spin angular momentum）とよび，$\hbar \boldsymbol{s}$ と記す． これは $j=1/2$ という固有値をもつ角運動量である． 従って $\boldsymbol{s}^2=s(s+1)$ としたときの量子数 s は $\frac{1}{2}$ で，交換関係は，

$$\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{s}=i\boldsymbol{s} \tag{5.45}$$

である．§ 6～7 に述べた角運動量の一般論は $j\to s=\frac{1}{2}$ としてすべて $\boldsymbol{s}$ にあてはまる．

電子がスピンを持ち，従って空間座標以外に別の変数で指定される自由度を持つことは，スピンに磁気能率が伴うことに起因する水素型原子スペクトルの二重線，異常ゼーマン効果，Stern-Gerlach の実験などにより暗示され，Goudsmit，Uhlenbeck (1925) により電子スピン存在の仮定が提出され，Dirac の相対論的波動方程式よりその存在が理論的に導出された (1928)．ここで述べるのは Dirac 理論の非相対論的近似である．

§ 11. 電子スピンの固有値と固有函数

§ 6～7 の角運動量の一般論から，s_x，s_y，s_z の固有値は $\pm\frac{1}{2}$ であることがわかる．$\boldsymbol{s}^2$, s_z の固有函数を $\chi_{\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}}(\xi)$ と書くことにしよう． ここで ξ はスピン自由度を代表する変数である．

s_k の固有値が二つの値（$+1/2$, $-1/2$）をとるから，ξ の取る独立な値は二つである．これを ± 1 とする．それらは次式により定義される．

$$\left.\begin{aligned} &\chi_{\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}}(1)=1. && \chi_{\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}}(-1)=0. \\ &\chi_{\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}}(1)=0. && \chi_{\frac{1}{2},\,-\frac{1}{2}}(-1)=1. \end{aligned}\right\} \tag{5.46}$$

一般のスピン函数を $\chi_{\frac{1}{2}}(\xi)$ と書く．

$\boldsymbol{s}^2$ と s_z とを対角的にする表現では，行列

$$s_x=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\qquad s_y=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix},\qquad s_z=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix} \tag{5.47}$$

が交換関係 (5.45) を満足する．

【引用終了】